WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Мы открываем новую рубрику, посвященную компьютерным играм

БРАЙАН ХЭЙЕС

А теперь — посчитаем!

Готфрид Вильгельм Лейбниц

С некоторых пор любители самых увлекательных игр с ЭВМ получили новую возможность: на клавиатуре их микрокомпьютера появилась функциональная клавиша: TBIC ("The boss is coming"), что означает: «Осторожно, босс идет!». Если нажать на эту клавишу, то игровое поле на экране моментально замирает и гаснет. Здесь мы, пожалуй, наблюдаем оба полюса общественной реакции на распространение недорогих ЭВМ. С одной стороны, компьютер остается средством производства, с другой — он дает возможность для столь увлекательных развлечений, что их, подобно детективным историям, приходится скрывать от постороннего взгляда.

Я не намерен приуменьшать роль вычислительных машин ни в промышленности и торговле, ни в компьютерных играх, основная цель которых состоит в испытании у играющего быстроты реакции. Значение практических расчетов с использованием ЭВМ неоспоримо. Что же касается игр на экране дисплея, то их построение можно считать наивысшим выражением искусства программирования. Однако следует отметить, что обе эти сферы не затрагивают глубоко вопроса о том, что представляет собой компьютер и на что он способен.

Между коммерческим программированием и играми на экране дисплея, между программой «Визикальк» и программой «Космических пришельцев» огромное расстояние. Сюда входят различные приложения ЭВМ во всех гуманитарных и естественных науках и, пожалуй, в первую очередь в математике. При этом компьютер используется для моделирования различных аспектов окружающего нас мира. Здесь можно найти многие направления, которые, строго говоря, вообще не могут быть названы «использованием компьютера», а служат скорее для того, чтобы привлечь внимание к самой вычислительной машине и глубже понять природу автоматизированных вычислений. Наша рубрика будет посвящена рассмотрению области, лежащей между чисто практическими приложениями и развлечениями. Полагая, что мышление все еще остается занятием намного более сложным, чем просто вычисления, мы будем считать, что те, кто не имеет доступа к вычислительной технике, просто окажутся в несколько менее благоприятных условиях. К теории и практике вычислений можно иной раз удачно применить даже самые простые бухгалтерские средства.

В этой статье мы рассмотрим некоторые вопросы, возникающие при нетрадиционном использовании программ, известных под общим названием «электронные крупноформатные бланки».

Обычный бумажный бланк — это большой лист, разграфленный на множество строк и столбцов. Его можно использовать для изучения бюджета какой-нибудь компании. Каждому подразделению можно отвести один столбец, а всем категориям доходов и расходов — по строке. Общие суммы и процентные доли каждой категории и каждого подразделения могут быть записаны в дополнительных столбцах и строках.

Крупноформатный электронный бланк воспроизводит эту структуру на экране катодно-лучевой трубки, однако он содержит и некоторые дополнительные возможности. В бумажном бланке любая ячейка (определим ее как пересечение столбца и строки) может содержать либо метку, например название подразделения, либо какое-нибудь число. В электронном бланке любой ячейке может быть приписана также и математическая формула. Так, ячейка в конце строки может содержать формулу, требующую просуммировать все численные значения, внесенные в остальные ячейки этой строки. На экране при этом воспроизводится число, соответствующее результату вычислений по этой формуле (в нашем примере ячейка будет содержать сумму всех чисел, помещенных в строке), однако, по сути дела, содержанием ячейки будет не число, а собственно формула. Если изменить содержимое какой-либо из остальных ячеек строки, то в последней ячейке автоматически появится новое значение для суммы.

Первой программой оперирования с крупноформатными электронными бланками (сокращенно — КЭБ-программой) была программа «Визикальк», разработанная в 1978 г. Д. Бриклином, в то время студентом Коммерческой школы Гарвардского университета, а также Р. Фрэнкстоном и Д. Фильстрой. Сообщалось, что она распродана в большем количестве экземпляров, чем какая-либо другая программа для ЭВМ. С тех пор на подобных принципах были созданы десятки других программ, да и сама «Визикальк» модернизировалась несколько раз. Бóльшая часть описанных здесь экспериментов была проведена с двумя более поздними версиями КЭБ-программ — с программой «1—2—3», созданной М. Кэйпором из Lotus Development Corporation (Кэмбридж, шт. Массачусетс) и программой «Мультиплан» — результатом разработок в Microsoft Corporation (Бельвью, шт. Вашингтон). В большинстве случаев с таким же успехом можно воспользоваться и другими КЭБ-программами.

Хотя электронный крупноформатный бланк был предназначен для финансовых исследований, он пригоден и для других целей. Бланк представляет собой 2×2-матрицу из ячеек, для которой можно установить зависимость между содержимым любой ячейки и какой-либо другой ячейкой или группой ячеек. Можно лишь удивляться, сколь существенная часть математической структуры Вселенной может быть втиснута в этот скромный формат. В самом деле, оказывается, что подобный бланк отражает весьма широкий диапазон математических и логических взаимосвязей.

Принципы работы КЭБ-программы и ее возможности можно понять с помощью одного простого примера. Каждая ячейка нумеруется с помощью ее координат в координатной сетке, для большинства программ столбцы задаются буквами, а строки — цифрами, начиная с левого верхнего угла. Допустим, ячейкам A1 и A2 будут присвоены одинаковые численные значения, равные единице. Затем в ячейку A3 вводится формула: численное значение этой ячейки должно быть равно сумме величин, находящихся в двух ячейках, расположенных непосредственно над ячейкой A3. Иначе говоря, содержимое A3 равно содержимому A2 плюс содержимое A1, т.е. в нашем случае оно будет равно двум.

Пока что мы пришли к достаточно тривиальному результату: нам удалось создать сложную конструкцию, выражающую соотношение $1 + 1 = 2$. Однако теперь мы можем переписать формулу из ячейки A3 во множество других ячеек. (Подобная процедура копирования в различных программах может иметь разную форму, однако у всех КЭБ-программ предусмотрена эта возможность.) Предположим, формула из ячейки A3 повторяется в ячейках от A4 до A10. Тогда каждая из этих ячеек будет содержать величину, равную

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

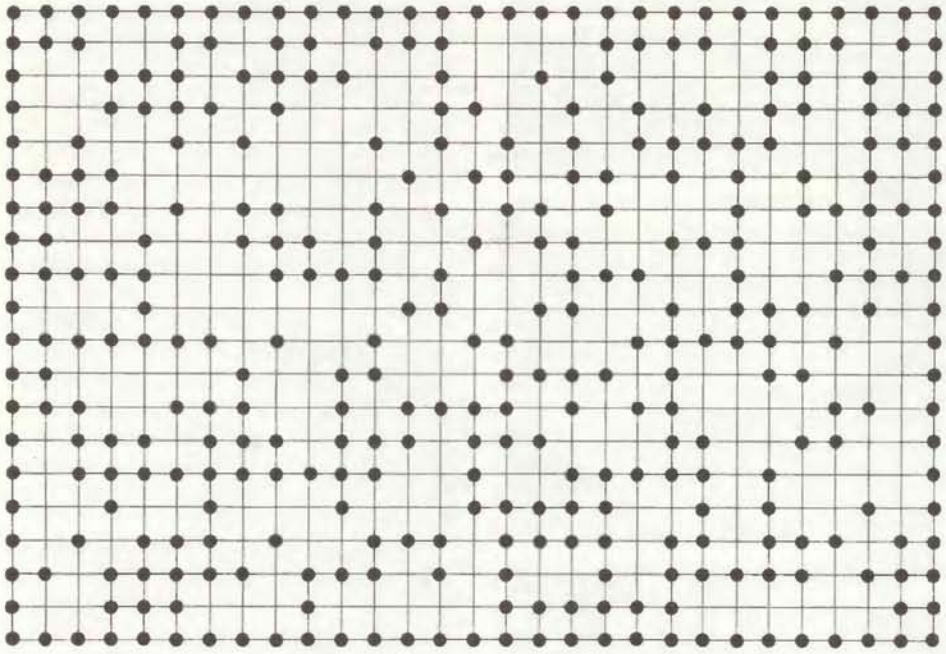
сумме значений в двух вышестоящих ячейках. Заметим, что все формулы будут идентичны, однако при подстановке разных исходных значений они дадут различные результаты. В столбце бланка сверху вниз появятся следующие числа: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 и 55.

СУЩЕСТВУЕТ множество способов порождения рядов Фибоначчи с помощью ЭВМ, причем в большинстве они используют ресурсы машины гораздо эффективнее, чем предложенный метод. Однако стратегия использования крупноформатных электронных бланков обладает существенным отличием — она неалгоритмична. Почти во всех языках программирования задание или решение задачи определяется в терминах алгоритма, т.е. в виде последовательности точных инструкций, выполняемых одна за другой. Алгоритм подобен рецепту, он может звучать так: «Вначале смешайте муку, воду и дрожжи, дайте тесту подняться, а затем поставьте выпекать». Если мы проделаем те же операции в другом порядке, то получим совершенно иной результат. КЭБ-программы не содержат этой характерной временно́й упорядоченности. В ячейках размещается не последовательность шагов, приводящая от проблемы к ее решению, а некая статическая структура, пытающаяся охватить решение сразу. Это не рецепт, а скорее описание, в нем утверждается, что хлеб состоит из муки, дрожжей и воды, смешанных, выдержанных и выпеченных должным образом.

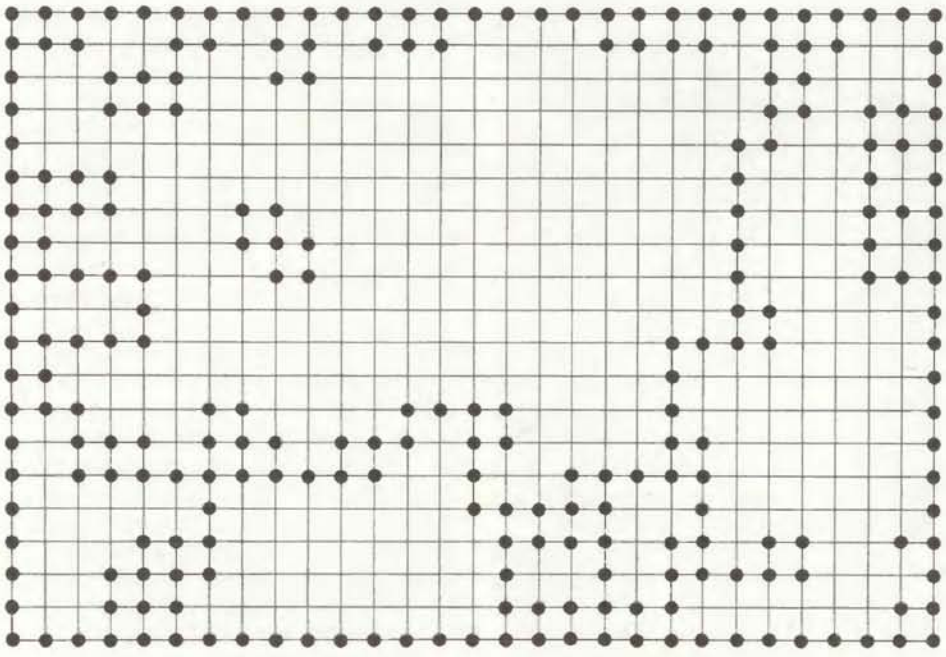
Различие между алгоритмом и статическим описанием можно пояснить еще на одном примере. Рассмотрим задачу перемножения двух матриц, каждая из которых имеет по три столбца и по три строки. Стандартный алгоритм начинается с инструкций — перемножить каждый элемент первого столбца первой матрицы с каждым элементом первой строки второй матрицы, просуммировать три этих произведения и заслать результат в память как первый элемент результирующей матрицы. Затем такие же инструкции будут повторены для остальных восьми комбинаций из строк и столбцов. При использовании КЭБ-программ формулировка задачи примет другую форму, основанную на структурном подобии математической матрицы и массива ячеек. Вместо того чтобы писать последовательность инструкций, можно просто создать результирующую матрицу, приравнивая содержимое каждой из ее ячеек формуле, отражающей соответствующую комбинацию из столбцов и строк. Если мы введем такие формулы, все они будут вычисляться «сразу» и одновременно появится результирующая матрица-произведение.

Разумеется, на более глубоком уровне вычислительная машина, управляемая КЭБ-программой, в самом деле следует какому-то алгоритму. ЭВМ, обладающая лишь одним центральным процессом, не может одновременно выполнять несколько действий, так что все ячейки неизбежно вычисляются в некоторой последовательности. Однако человеку, пользующемуся такой программой, обычно не требуется принимать это к сведению, да и в самом деле он зачастую не имеет об этом никакого представления. Таким образом, пользователь избавляется от необходимости представлять себе решаемую задачу в терминах алгоритмов.

Конечно же, не следует думать, что неалгоритмический тип мышления в чем-то превосходит алгоритмический. Кое-кто может его предпочитать, хотя в большой степени это дело вкуса. Когда задача становится слишком сложной, появляются веские основания воспользоваться алгоритмом, так как он более естественно распадается на части, с которыми удобно работать. Решение всей задачи сразу требует одновременного понимания всех ее аспектов. Однако, по-видимому, существуют некоторые задачи или классы задач, которые приводят к неалгоритмическим формулировкам.



Порожденная КЭБ-программой структура для моделирования фильтрации



«Прореживание» структуры позволяет рассмотреть непрерывные цепочки

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

ОДНА из областей, где двумерный прямолинейный массив КЭБ-программы представляет удобное средство для решения задач, — это разработка систем ячеистых автоматов. Исследование подобных систем было начато в 50-х годах Дж. фон Нейманом и С. Уламом. В то время они занимались в основном самовоспроизводящимися структурами. Правила, установленные ими для своих задач, предполагали существование «однородного пространства из ячеек», в котором каждая ячейка представляет собой автомат или машину, имеющую лишь конечное число возможных состояний. Условие однородности пространства понималось в том смысле, что законы, управляющие состояниями автоматов, должны оставаться одними и теми же для всех ячеек. Еще одно ограничение заключалось в том, что состояние любой ячейки могло определяться лишь ее собственной историей и состоянием ее ближайших соседей.

Условиям, определяющим систему ячеистых автоматов, можно легко удовлетворить, пользуясь КЭБ-программой. В принципе число состояний, доступных одной ячейке, крайне велико (возможно, 10^{100}), однако очевидно, что оно конечно и может быть сведено, если это покажется удобным, к весьма небольшому числу. Так, например, любой ячейке можно присвоить формулу, дающую лишь два возможных значения 0 и 1. Требование однородности пространства добавляет одно интересное ограничение. Оно предполагает, что все ячейки, в которые внесены какие-либо формулы, на самом деле должны содержать одну и ту же формулу. (Существуют разные пути для оценки идентичности двух формул. Предположим, формула в ячейке A1 соотносит ее содержимое с содержимым ячейки B1, расположенной непосредственно под ячейкой A1. Формула, приписанная ячейке A2, может считаться идентичной, если она также соотносится с содержимым B1, т.е. сохраняет «абсолютный адрес». Однако она может соотноситься и с содержимым ячейки B2 и при этом будет сохраняться геометрическая взаимосвязь. Вторая интерпретация, как правило, оказывается более полезной, и пожалуй, лучше соответствует представлениям фон Неймана и Улама, хотя в случае последовательного и непротиворечивого применения каждая из схем может оказаться приемлемой. Методы, используемые в КЭБ-программах для копирования содержимого ячеек, представляют собой удобную и оперативную проверку условия однородности. Массив ячеек может считаться однородным, если существует возможность приписать какую-либо формулу одной из ячеек, а затем с помощью программы присвоить эту же формулу всем остальным ячейкам.)

Фон Нейман смог доказать существование самовоспроизводящейся конфигурации ячеек. Сделал он это непростым способом, показав, что существует некий универсальный конструктор, способный создать любую конфигурацию, а следовательно, способный воссоздать и собственное строение. Доказательство предусматривает систему из примерно 200 тыс. ячеек, обладающих 29 возможными состояниями. Насколько я знаю, такая конфигурация никогда не была создана ни вручную, ни с помощью компьютера. В принципе сейчас она уже под силу наиболее развитым КЭБ-программам.

Гораздо более простая система, способная самовоспроизводиться, была разработана в 1960 г. Э. Фредкином из Массачусетского технологического института. В ней каждая ячейка обладает лишь двумя возможными состояниями, «живым» и «мертвым», которые можно представить числами 1 и 0. Состояние, которое будет присвоено ячейке в будущем поколении, определяется нынешним состоянием четырех ее ближайших соседей, т.е. четырех ячеек, расположенных непосредственно к северу, востоку, югу и западу. Если число живых соседей четно (0, 2 и 4), ячейка умирает или остается мертвой. Ячейка, окруженная нечетным числом живых соседей (1 и 3), остается живой.

Пользуясь КЭБ-программой, особенно если в ней предусмотрены арифметические действия по модулю целых чисел, формулу, выражающую это правило, можно записать в одну строчку. Например, для ячейки B2 эта формула имеет вид: (B1 + C2 + B3 + A2) mod 2. Иначе говоря, в соответствии с этой формулой складывается содержимое четырех соседних ячеек, сумма делится на два и сохраняется только остаток, который непременно будет равен нулю или единице. Теперь остается лишь переписать эту формулу (таким образом, чтобы ссылки на другие ячейки образовывали ту же геометрическую взаимосвязь) во все остальные ячейки электронного бланка. На самом деле при создании описываемой системы возникает еще одна тонкость: нам требуется еще два экземпляра изображений пространства из ячеек. Один экземпляр отражает нынешнее состояние пространства, а второй — состояние предыдущего поколения. Текущее состояние ячейки определяется числом живых соседей, окружавших эту ячейку в предыдущем поколении.

Если сформировать электронный бланк в соответствии с правилами Фредкина и задать начальную конфигурацию, то каждый новый просчет будет давать новую картину. После нескольких циклов появляются четыре копии начальной конфигурации. Позже и сами эти копии учетверяются, так что

Структура крупноформатного электронного бланка

начальный рисунок воспроизводится 16 раз. Количество циклов, необходимых для самовоспроизведения, зависит от сложности начальной конфигурации. В простейшем случае (единственная живая ячейка) четыре копии возникают в первом же просчете.

Наблюдение за развитием растущей колонии может быть увлекательнейшим занятием. Картина все время сохраняет четырехкратную симметрию, а некоторые из конфигураций обладают странной лучистой формой. Весь процесс подчинен некоему ритму: периметр занятой области непрерывно расширяется, а ее внутренняя зона периодически заполняется густой порослью ячеек, а затем пустеет снова.

НАИБОЛЕЕ широко известная система ячеистых автоматов — это игра под названием «Жизнь». Ее изобрел Дж. Конвей из Кембриджского университета, а широкая публика узнала о ней в 1970 г. благодаря Мартину Гарднеру и его рубрике «Математические игры» в журнале "Scientific American". Эта игра, как и порожденные ею размножающиеся автоматы, сегодня завоевала практически все вычислительные системы и языки программирования. Это и понятно — игра сторицей вознаграждает за уделенное ей внимание и тогда, когда оно выражается в праздном любопытстве, и в том случае, когда оно принимает форму глубокого анализа.

В игре Конвея правила создавались не для того, чтобы обеспечить самовоспроизведение рисунка, а скорее для того, чтобы увеличить изменчивость или снизить предсказуемость. Здесь снова каждая ячейка имеет два возможных состояния, однако ее окружение состоит уже из восьми ближайших соседей, включая четыре, соседствующие по диагонали. Если ячейка живая, она

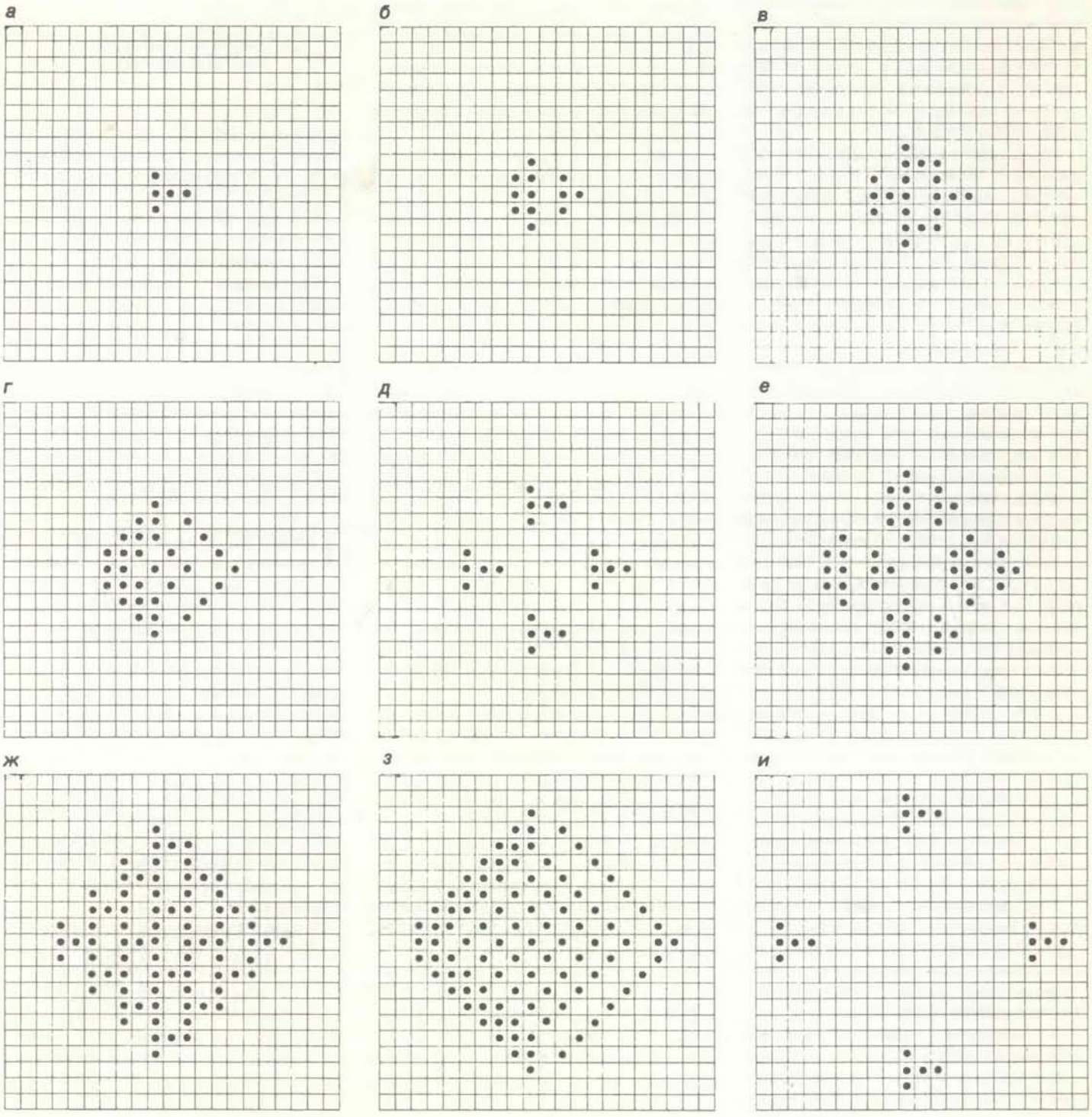
WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

продолжит свое существование в следующем поколении лишь в тех случаях, когда в ее окружении насчитывается два или три живых соседа. При меньшем числе соседей считается, что она умирает от одиночества, а при большем — от тесноты. Для неживой ячейки возрождение может произойти лишь в том случае, когда ее окружают ровно три живых соседа.

Алгоритмическая запись этих действий будет содержать огромное множество повторений. Программа предусматривает анализ каждой ячейки, пересчет ее соседей, принятие решения о жизни и смерти этой ячейки, а затем переход к следующей, и так, пока не будет проверена вся матрица. Такого рода повторения обычно заключаются в программную структуру, называемую циклом и выполняемую по одному разу для каждой ячейки. Когда игра «Жизнь» кодируется в форме крупноформатного электронного бланка, все повторения остаются, однако они имеют пространственный, а не временно́й характер — одна и та же формула помещается в каждую ячейку большого массива.

Существует множество способов записи формулы для оценки состояния ячейки в игре «Жизнь». Лучший из тех, что я видел (в плане быстродействия), был разработан Э. Готтхэйлом из фирмы Lotus. Основные действия состоят здесь в том, что число, соответствующее анализируемой ячейке, множится на 9 (в результате мы получаем либо 0, либо 9), а затем к этому произведению прибавляются значения всех восьми окружающих ячеек. Результат оценивается с помощью маленькой таблицы, предписывающей новое состояние ячейки для всех возможных значений суммы (а именно, для всех целых чисел от 0 до 17).

В идеале игру «Жизнь» следовало бы проводить на «ячеистой» матрице бесконечной протяженности. Одна из увлекательных сторон игры проявляется в том, что некоторые скромные на-



В системе ячеистых автоматов, разработанных Э. Фредкином, любая структура способна к самовоспроизведению

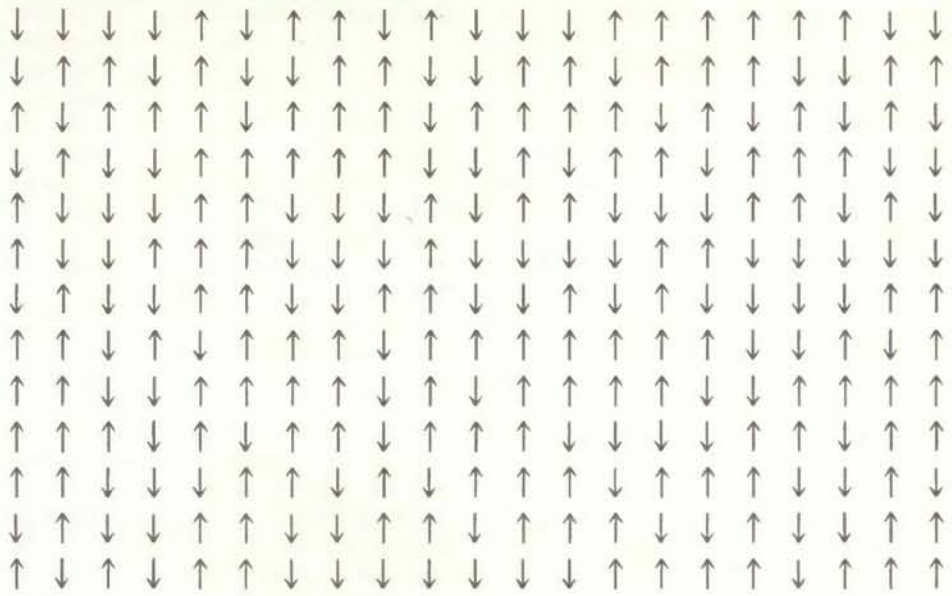
WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

чальные конфигурации разрастаются в величественные симметричные цветы после всего лишь нескольких поколений, другие испускают узкие лучи, устремленные в неведомые дали. Развитие конфигурации резко изменяется каждый раз, когда эволюционирующий организм вырывается за рамки своего «мира». Бесконечную матрицу построить невозможно в любом случае, а при работе с КЭБ-программой практически допустимые размеры матрицы и вовсе не велики. Они определяются возможностями самой программы, емкостью оперативной памяти компьютера и терпением игрока (грубо говоря, время, требующееся для построения каждого нового поколения, пропорционально числу используемых ячеек). Одна из стратегий, позволяющих создать безграничный массив, имеющий тем не менее конечную площадь, состоит в том, что ячейки, расположенные на двух противоположных краях бланка, объявляются соседствующими между собой. Таким образом, мы изменяем топологию бланка. Описанное соединение двух краев порождает цилиндр, а если края бланка перевернуть, то и лист Мёбиуса. Соединив попарно все четыре стороны бланка, мы получим тор.

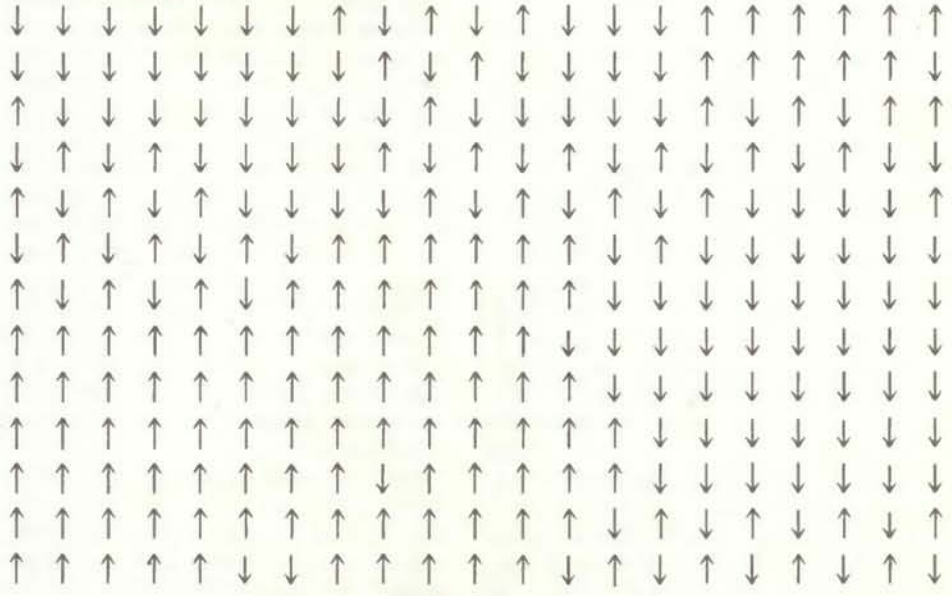
МОДЕЛЬ Изинга — это имитация физической системы, напоминающая некоторые ячеистые автоматы. Впрочем, интерпретация этой модели имеет совершенно другой характер. Сама модель, предложенная в 20-е годы немецкими физиками В. Ленцем и Э. Изингом, может отображать многие физические явления, хотя чаще всего она применяется для описания ферромагнетиков. Каждый атом в кристаллической решетке обладает вращательным спиновым моментом, а следовательно, и магнитным моментом. Каждый спин имеет строго определенную величину, но его ось может быть направлена либо вверх, либо вниз. Когда все спины направлены в одну и ту же сторону, материал считается полностью намагниченным, если же распределение спинов чисто случайно, намагниченность равна нулю.

Применить КЭБ-программы к модели Изинга несколько более сложно, чем к самовоспроизводящимся автоматам Фредкина или к игре Конвея «Жизнь». Здесь состояние любого заданного спина тоже зависит от состояния соседних ячеек, в данном случае от четырех, расположенных в непосредственной близости. Однако в модель Изинга введен также и элемент случайности, соответствующий температуре, отличной от абсолютного нуля. Если спины в соседних ячейках направлены вверх, то спин рассматриваемой ячейки имеет тенденцию развернуться в ту же сторону, однако нет никаких гарантий, что это обязательно произойдет — веро-

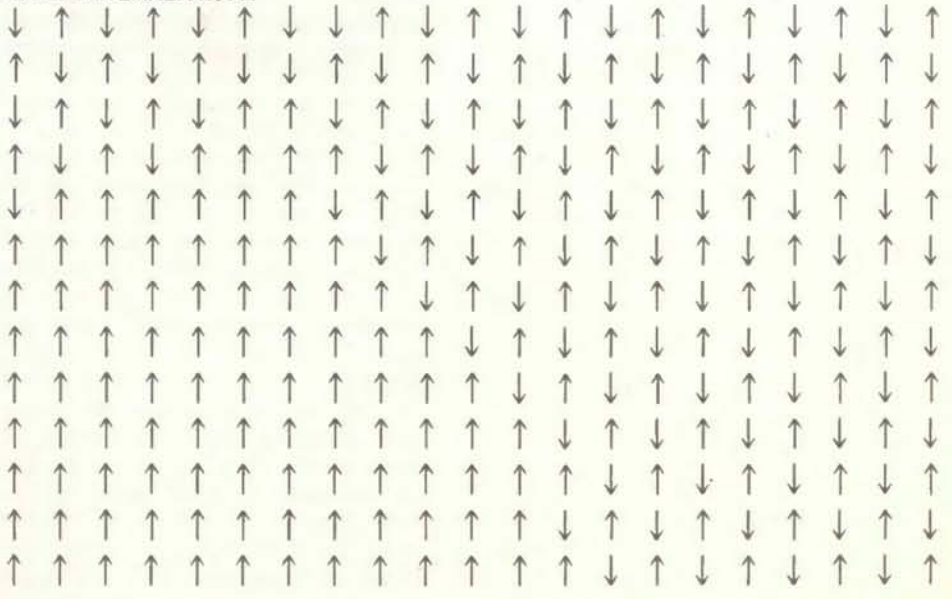
БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШАЯ ТЕМПЕРАТУРА



НИЗКАЯ ТЕМПЕРАТУРА

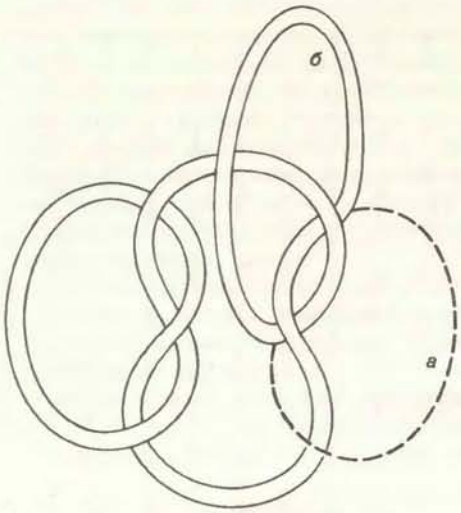


НУЛЕВАЯ ТЕМПЕРАТУРА



Вариант с использованием крупноформатных электронных бланков для двумерной модели Изинга, описывающей поведение ферромагнетиков

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU



Доказательство того, что сквер-узел является альтернирующим

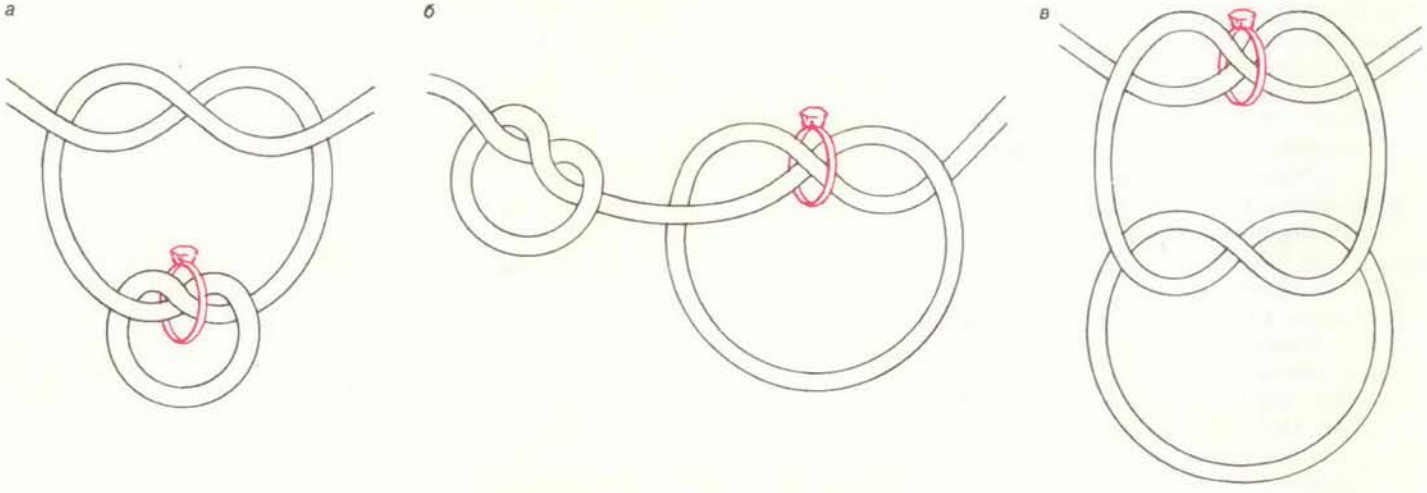
ятность такого события обратно пропорциональна температуре.

Несколько экспериментов, которые я провел, используя КЭБ-программы в применении к модели Изинга, дали противоречивые результаты. Ожидаемые свойства двумерной модели были точно известны еще в 1944 г., когда Л. Онзагер из Йельского университета смог решить эту систему аналитически (без численного моделирования). Когда температура, снижаясь, проходит через некое пороговое значение (температуру Кюри), конфигурации спинов сильно меняются, а затем материал должен приобрести полную намагниченность. Мне не удалось наблюдать этот фазовый переход, но удивляться этому не приходится. Модель Изинга предъявляет крайне жесткие требования к ресурсам вычислительной системы. Для получения точных результатов требуется создание обширной решетки и анализ всех возможных конфигураций спинов, а это может занять много часов машинного времени даже при использовании высокоэффективной программы и быстродействующего процессора. При Институте теоретической физики Калифорнийского университета в Санта-Барбаре построен специализированный компьютер только для работы с моделью Изинга. В течение секунды это устройство вычисляет состояние двадцати пяти миллионов спинов. А быстродействие использованной нами КЭБ-программы для этой модели составляет всего 25 спинов в секунду.

Хотя нам и не удалось наблюдать те интересные явления, которые происходят вблизи температуры Кюри, КЭБ-программа для модели Изинга, по-видимому, хорошо описывает некоторые другие свойства магнитных материалов. При высоких температурах, как и следовало бы ожидать, система спинов не обладает какой-либо видимой структурой. При низких температурах намагниченность кристаллической решетки становится очевидной. Спонтанно возникают большие неправильной формы блоки атомов с упорядоченными спинами. На границах с ними соперничают блоки противоположной полярности. Весьма удивительным (по крайней мере у меня это вызвало удивление) было возникновение антиферромагнитной фазы, в которой каждый спин ориентирован в направлении, противоположном ориентации его соседей. По-видимому, при абсолютном нуле антиферромагнитная фаза становится наиболее устойчивой структурой, хотя этот вывод может оказаться и следствием каких-либо недостатков или ошибок в нашем построении модели.

Прямолинейная решетка может оказаться удобным средством и для анализа других физических систем. Примером может служить явление перколяции. Это явление можно применить для описания не только работы кофеварки, но и структуры некоторых полимеров, механизма электропроводности сплавов, эффективности работы телефонной сети, а также распространения лесных пожаров и инфекционных заболеваний. В одной из простых моделей перколяции ячейки решетки могут соответствовать возможным положениям атомов меди в изолирующей матрице. В первом приближении вероятность того, что некоторая ячейка занята атомом меди, пропорциональна концентрации меди в массе изолятора. Интересующая нас величина — это вероятность образования непрерывной цепочки из атомов меди, пересекающей некоторую область решетки. Именно эта вероятность и определяет электропроводность материала.

Для моделирования фильтрации с помощью КЭБ-программы снова требуется некоторого рода случайная функция. В простейшем подходе предполагается, что мы имеет дело с однородным пространством из ячеек, в котором занятость любой позиции равновероятна и не зависит от состояния других ячеек. В результате мы получим случайную конфигурацию занятых и пустых ячеек. Теперь уже необходимо определить, существует ли в этом пространстве непрерывная цепочка из занятых ячеек. Для решения можно было бы наладить систематический поиск таких цепочек и проверку каждой из них на непрерывность, однако не слишком ясно, как это можно сделать, не прибегая к традиционным алгоритмическим методам. Довольно грубый, но тем не менее эффективный способ состоит в том, чтобы сначала «вырубить весь подлесок». Присвоим каждой ячейке формулу, устраняющую любой атом, обладающий менее чем двумя соседями. Поскольку любой атом, составляющий часть цепочки, должен иметь по крайней мере двух соседей, предложенный способ никак не повлияет на непрерывные цепочки, зато каждый новый просчет КЭБ-программы будет укорачивать тупиковые ответвления и рассасывать изолированные группы атомов.



Решение головоломки с кольцом и бабушкиным узлом

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NARODU

Конечно, стандартную КЭБ-программу нельзя считать идеальным средством для моделирования описанных в этой статье математических и физических явлений. При серьезном подходе каждая из этих задач должна привести к разработке собственной специализированной программы. В случае игры «Жизнь» я сравнил различные КЭБ-программы с программой (алгоритмом!), написанной на внутреннем языке микропроцессора. Для массивов одной и той же величины программа на машинном языке оказалась почти в 100 раз быстрее, чем самая быстродействующая из КЭБ-программ. Объяснение лежит на поверхности: хотя величины, соответствующие каждой ячейке, никогда не могут принимать значений, отличных от нуля и единицы, стандартная табличная программа вычисляет их с точностью до пятнадцатого десятичного знака.

Пусть КЭБ-программы не могут претендовать на пальму первенства в быстродействии — зато они обладают не менее важным достоинством, гибкостью. Написать на машинном языке программу игры «Жизнь» — это не просто развлечение на один вечер. Более того, подобная программа не будет способна ни на что иное, в то время как простая матрица из взаимосвязанных ячеек, составляющая ядро КЭБ-программы, обладает изумительной многогранностью. Возможности этих программ явно шире, чем небольшой список обрисованных здесь идей. Похоже, что таким образом можно породить любую последовательность чисел, члены которой задаются алгебраическими или тригонометрическими функциями. Решето простых чисел можно создать с помощью одной короткой формулы, повторенной несколько сот раз. Можно отобразить и какое-нибудь физическое поле, стоит только адрес ячейки истолковать как ее координаты в двумерном пространстве. Как неизменно повторяется в рекламных брошюрах, «Единственное ограничение в пользовании КЭБ-программами — это ваше воображение».

Справедливо ли это? Можно ли с помощью матрицы из независимых формул, не сопровождая ее никакими алгоритмическими структурами, вычислить все, что поддается вычислению? В случае матриц бесконечной размерности этот вопрос можно считать решенным. Конвей доказал, что ячеистая вселенная игры «Жизнь» располагает достаточными ресурсами для создания машины Тьюринга — концептуальной модели универсального компьютера. Поскольку для игры «Жизнь» можно использовать бланк бесконечной протяженности, такой же бланк может быть применим и для создания машины Тьюринга.

Этот вывод, конечно же, стоит запомнить, однако даже если бы можно было ослабить требования относительно бесконечных размеров матрицы, доказательство не имело бы никакого практического смысла. Жизнь коротка, а игра «Жизнь» слишком длинна. На мой взгляд, существует более простой, менее формальный способ оценить диапазон применения КЭБ-программ. Это метод проб и ошибок, попытка применить эти программы к задачам и упражнениям из золотого фонда вычислительной математики. Наиболее интересными случаями будут, пожалуй, те задачи, которые уже имеют изящные и высокоэффективные алгоритмические решения. Одним из примеров может служить головоломка «Ханойская башня». В этой игре на один из трех стоящих рядом стержней надеты несколько дисков в порядке убывания их диаметра. Цель играющего состоит в том, чтобы, перенося диски по одному с одного стержня на другой, причем никогда не помещая большего диска над меньшим, расположить все диски в исходном порядке на одном из стержней, который сначала был свободен. В одном из традиционных математических решений используется возвратный алгоритм, т.е. такой, который сначала фиксирует результат, а затем обращается к поиску предшествовавших шагов.

Можно ли решить задачу о Ханойской башне с помощью абсолютно неалгоритмических методов? Можно ли при решении воспользоваться крупноформатным электронным бланком? Если это удастся, мы, разумеется, не докажем, что с помощью КЭБ-программ можно сделать все, что делается с помощью алгоритмов, но по крайней мере существенно расширим сферу возможных применений КЭБ-программ. Напомню, что существуют тривиальные методы решения, которые не могут считаться ответом на поставленный вопрос. Можно, к примеру, разгадать головоломку вручную, заметить расположение дисков на каждом шаге, а потом записать последовательность формул, описывающую переход от каждого расположения к следующему. Для такого «лобового» метода характерно, что при малейшем изменении начальных условий, например при добавлении еще одного диска все решение, по сути дела, приходится начинать сначала. Искомое решение должно быть применимо к задаче с любым числом дисков без всяких изменений, если не считать уточнения размеров массива. Напоминаю также, что по крайней мере одна КЭБ-программа «Лотос 1—2—3» дополнительно включает в себя несложный алгоритмический язык. Разумеется, всякие обращения к подобным дополнительным возможностям при решении нашей задачи должны быть полностью исключены.

Еще один интересный пример — это задача о восьми ферзях. Она требует такого размещения восьми ферзей на стандартной шахматной доске, чтобы ни один из них не находился под ударом другого. Задача дразнит своим простеньким форматом — квадратным полем всего в 64 клетки. Совсем не трудно отобразить шахматную доску на матрице КЭБ-программы. Не так сложно и написать формулу, определяющую, находится ли данная ячейка под ударом со стороны ферзя, стоящего где-либо на доске. (Эта формула просто-напросто выяснит, есть ли нулевые значения в данном столбце, в данной строке и на соответствующих диагоналях в радиусе восьми ячеек.) Если бы этим ограничивалось все, что требуется для решения задачи, вряд ли она привлекла бы внимание Карла Фридриха Гаусса, который исследовал ее в 1850 г., так и не добившись решения. Похоже, что в каждой ячейке должна храниться информация не только о текущем расположении фигур, но и о всех других вариантах, которые были уже испробованы. Трудности, связанные с представлением такой информации в статической формулировке задачи, наводят на мысль, что традиционным алгоритмам предстоит еще долгая жизнь.

Вот ответ на задачу о двух узлах, поставленную в прошлом номере Мартином Гарднером.

На верхнем рисунке на странице 108 показано, как сквер-узел можно превратить в альтернирующий узел с шестью пересечениями: просто подтяните пунктирную дугу *a* вверх, чтобы превратить ее в дугу *b*.

На рисунке внизу показан один способ решения головоломки с кольцом и бабушкиным узлом. Сначала сделайте нижний узел маленьким, затем заставьте его скользить (вместе с кольцом) вверх и сквозь верхний узел (*a*). Ослабьте его. Теперь оба узла трилистника находятся рядом (*b*). Сделайте узел без кольца маленьким, а затем заставьте скользить сквозь другой узел и вниз. Ослабьте его — вот и все (*c*).